الدرسُ 3 حلُّ المتباينات بالضربِ والقسمةِ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ متباينات باستعمالِ خصائصِ الضربِ أَوِ القسمةِ، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ.

أستكشفُ

حصلَ كمالٌ على علامتَيْ 93 ، 90 في الاختبارَينِ: الأوّلِ، والثّاني، مِنْ مادّةِ العلومِ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ الحدَّ الأدنى للعلامةِ الّتي يجبُ أَنْ يحصلَ عليها في الاختبارِ الثالثِ ليكونَ معدّلُ علاماتِهِ 90 على الأقلِّ.

تعلّمْتُ سابقًا استعمالَ خصائصِ المساواةِ لحلِّ المعادلاتِ، ومِنْها خاصّيّةُ الضربِ، ويمكنُني أيضًا حلُّ المتباينةِ باستعمالِ خاصّيّةِ الضربِ للمتباينات.

تعلّمْتُ سابقًا استعمالَ خصائصِ المساواةِ لحلِّ المعادلاتِ، ومِنْها خاصّيّةُ الضربِ، ويمكنُني أيضًا حلُّ المتباينةِ باستعمالِ خاصّيّةِ الضربِ للمتباينات.

مفهومٌ أساسيٌّ

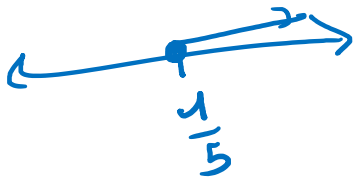
خاصّيّةُ الضربِ للمتباينات

الضربُ في عددٍ موجِبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا ضُرِبَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ في عددٍ موجِبٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأي $c > 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $ac > bc$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $ac < bc$

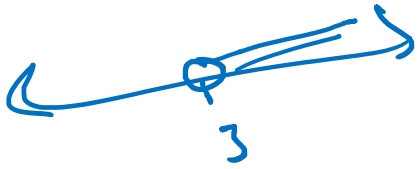
$\frac{y}{5} \leq \frac{5y}{5}$

$\frac{1}{5} \leq y$



$\frac{2x}{2} > \frac{6}{2}$

$x > 3$



$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$

$x = 3$

$4 \times \frac{1}{4}x = 20 \times 4$

$x = 80$

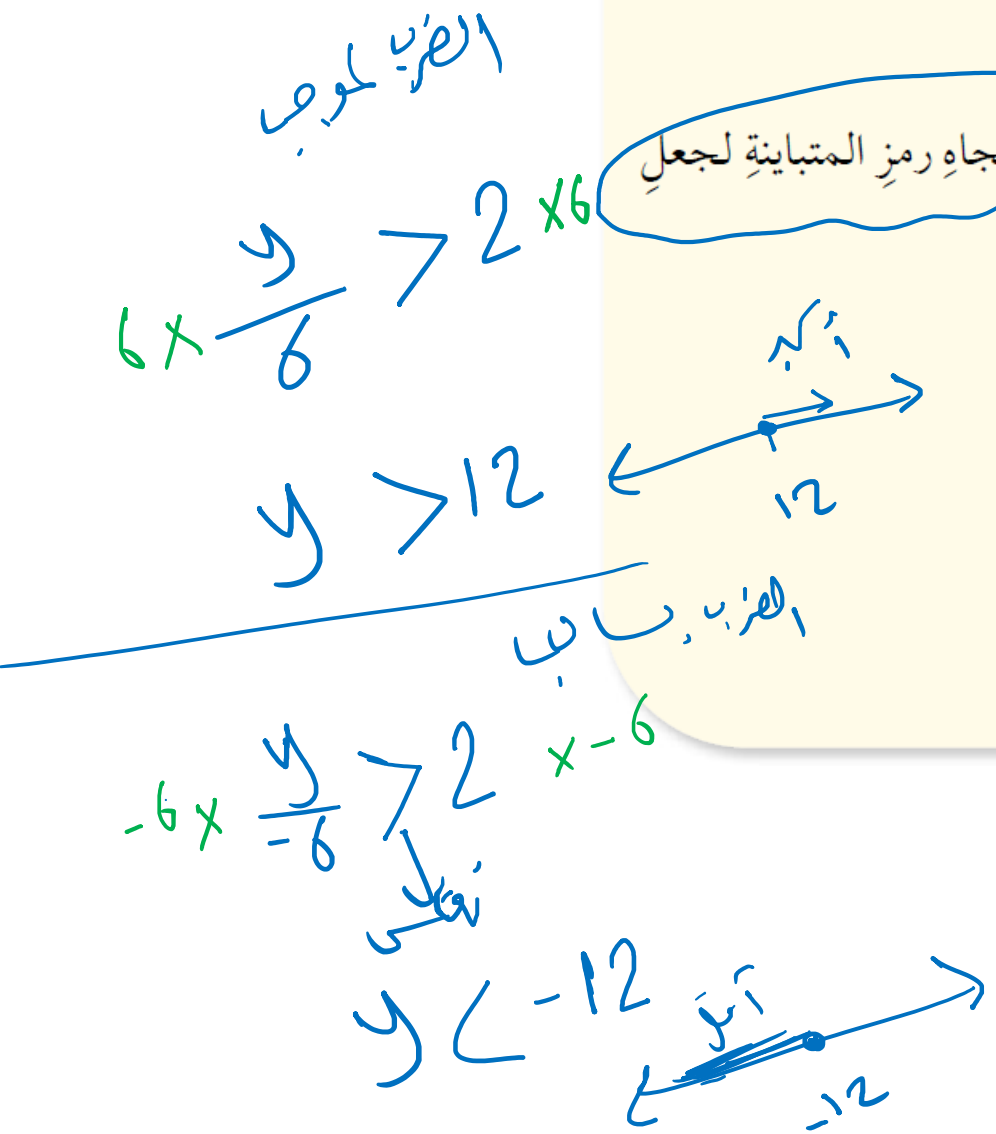
$2 \times \frac{x}{2} = 10 \times 2$

$x = 20$

الضربُ في عددٍ سالبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا ضُرِبَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ في عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ لجعلِ المتباينةِ الناتجةِ صحيحةً أيضًا.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيِّ $c < 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $ac < bc$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $ac > bc$

تبقى هذِهِ الخاصّيَّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

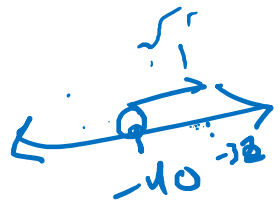


مثال 1

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

1 $\frac{x}{8} > -5$

$x > -40$



التحقق

$\frac{-32}{8} \overset{?}{>} -5$

$-4 > -5$ ✓

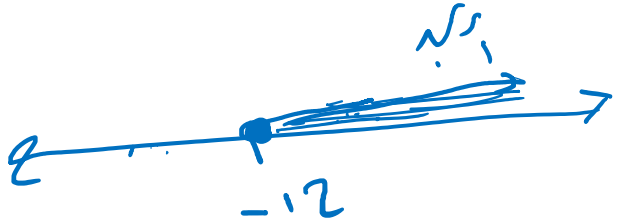
$\frac{-48}{8} \overset{?}{>} -5$

$-6 > -5$

2 $\frac{y}{-3} \leq 4$

$\frac{y}{-3} \leq 4$ ×-3

$y \geq -12$



التحقق

$\frac{-9}{-3} \leq 4$

$3 \leq 4$ نعم

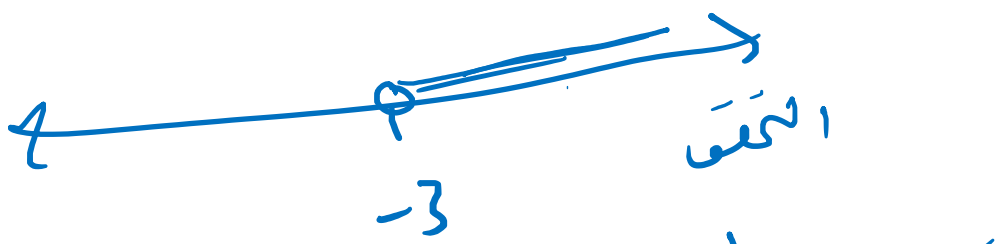
أتحققُ من فهمي:

3 $\frac{y}{3} > -1$

4 $-\frac{4}{7}m < 8$

$3 \times \frac{y}{3} > -1 \times 3$

$y > -3$



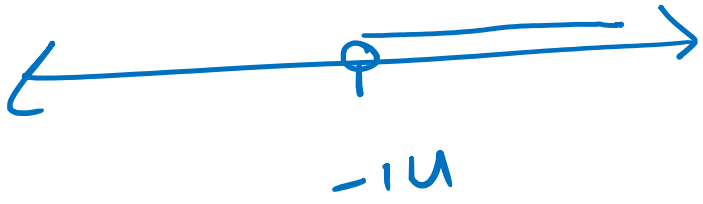
التحقق

$\frac{0}{3} > -1$

$0 > -1$ ✓

$-\frac{7}{4} \times -\frac{4}{7}m < 8 \times -\frac{7}{4}$

$m > -14$



التحقق

$-\frac{4}{7} \times -7 \overset{?}{<} 8$

$4 < 8$ ✓

إِنَّ حلَّ المتباينات باستعمالِ خاصّيّةِ القسمةِ مشابهٌ لحلِّها باستعمالِ خاصّيّةِ الضربِ، حيثُ إنَّهُ عِنْدَ قسمةِ طرفَيِ المتباينةِ على عددٍ موجبٍ يبقى اتّجاهُ رمزِ المتباينةِ كَما هُوَ، أمّا عِنْدَ قسمةِ طرفَيِ المتباينةِ على عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **خاصّيّةُ القسمةِ للمتباينات**

القسمةُ على عددٍ موجبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا قُسِمَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ موجبٍ، فإنَّ المتباينةَ الناتجةَ تبقى صحيحةً.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيِّ $c > 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

القسمةُ على عددٍ سالبٍ

- **بالكلماتِ:** إذا قُسِمَ كلٌّ مِنْ طرفَيْ متباينةٍ صحيحةٍ على عددٍ سالبٍ، فإنَّهُ يتعيّنُ تغييرُ اتجاهِ رمزِ المتباينةِ لجعلِ المتباينةِ الناتجةِ صحيحةً أيضًا.
- **بالرموزِ:** العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ لأيِّ عددَينِ حقيقيَّينِ a وَ b وَلأيِّ $c < 0$:
  - إذا كانَتْ $a > b$، فإنَّ $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
  - إذا كانَتْ $a < b$، فإنَّ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

تبقى هذِهِ الخاصّيَّةُ صحيحةً في حالتَيْ $\leq$ وَ $\geq$

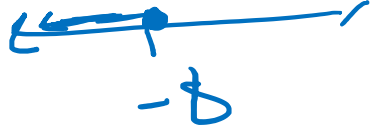
مثال 2

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

1 $3m \leq -24$

$\frac{3}{3} m \leq \frac{-24}{3}$

$m \leq -8$



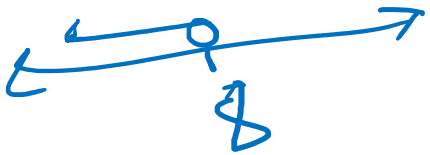
التحقق

$-30 \leq -24$ ✓

2 $-7k > -56$

$\frac{-7k}{-7} \; \frac{>}{\text{تتغير}} \; \frac{-56}{-7}$

$k < 8$



التحقق

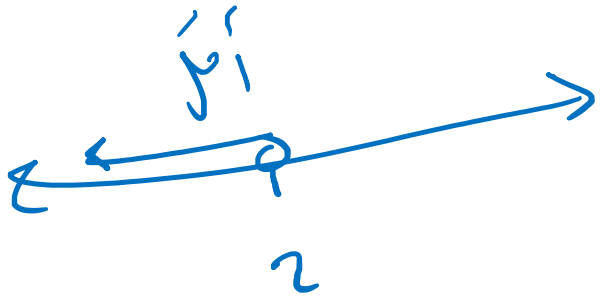
$-7(7) > -56$

$-49 > -56$ ✓

أتحققُ من فهمي:

3 $4d < 8$

$d < 2$



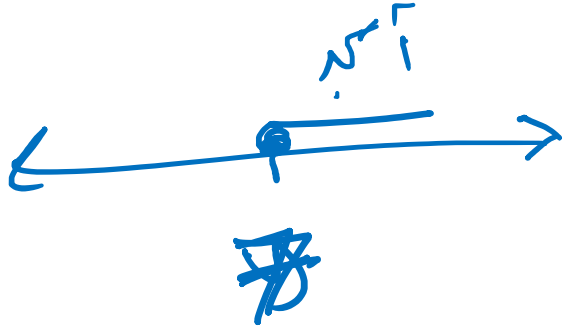
أتحقق

$4(0) < 8$?

$0 < 8$ ✓

4 $-2y \leq -14$

$y \geqslant 7$



أتحقق

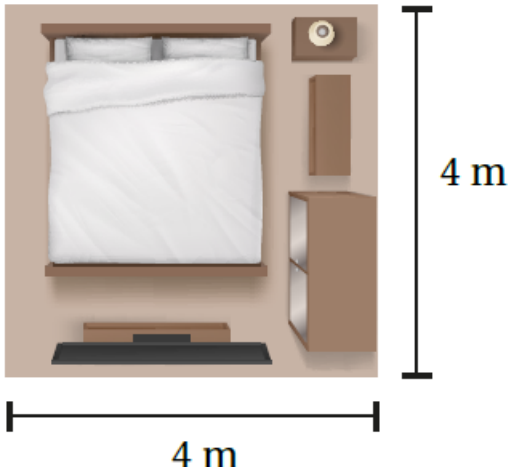
$-2(8) \leq -14$?

$-16 \leq -14$ ✓

يمكنُ استعمالُ المتباينات في كثيرٍ مِنَ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

سجّادٌ: تملِكُ سارةُ 100 JD، وترغبُ بشراءِ سجّادةٍ جديدةٍ تغطّي أرضيّةَ غرفتِها المبيّنةَ أبعادُها في الشكلِ المجاورِ. أكتبُ متباينةً وأحلُّها لتمثّلَ ثمنَ المترِ المربعِ الواحدِ مِنَ السجّادِ الّذي يمكنُ لسارةَ أَنْ تشتريَهُ.



بِما أنَّ أرضيةَ الغرفةِ مربعةُ الشكلِ، فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ مِساحتِها على النحوِ الآتي:

مساحة الأرض $A = s^2 = 16$

ثمن السجاد ≤ 100 JD × مساحة السجاد

$16x \leq 100$

$\frac{16x}{16} \leq \frac{100}{16}$

$x \leq \frac{25}{4}$

$x \leq 6.25$

6.25
4 | 25
24
10
8
20

6.25

أتحققُ من فهمي:

عملٌ: يتقاضى أحمدُ JD 2.5 عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ، أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لإيجادِ عددِ الساعاتِ الّتي يجبُ أَنْ يعملَ فيها حتّى يتقاضى JD 400 على الأقلِّ.

لا: عدد الساعات

السعر × العدد ≥ 400

$\frac{2.5y}{2.5} \geq \frac{400}{2.5}$

$y \geq 160$

160
25 ⟌ 4000
25
150
150
00

أكبر أو يساوي

160

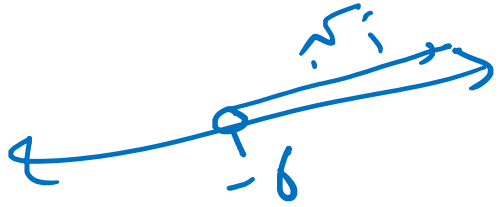
يجب عليه أن يعمل أكثر من 160

أتدرب وأحل المسائل

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

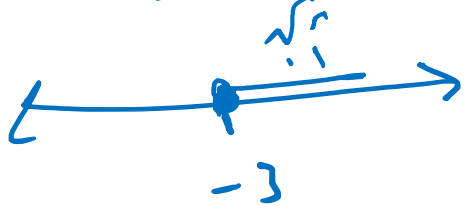
1 $\frac{u}{3} > -2$

$u > -6$



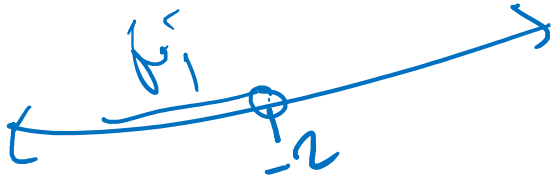
2 $-4x \le 12$

$x \ge -3$



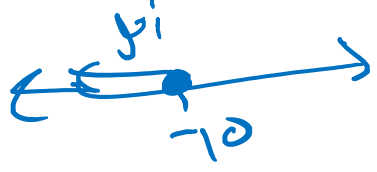
3 $\frac{1}{6}t < -\frac{1}{3}$

$t < -2$



4 $-\frac{2}{5}w \ge 4$

$w \le -10$



طريقة ثانية

$5 \times -\frac{2}{5}w \ge 4 \times 5$

$-2w \ge 20$

$w \le -10$

5 $\frac{n}{5} \leq 0.8$

6 $-5 > \frac{c}{-4.5}$

أحلُّ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ، ثُمَّ أتحقّقُ مِنْ صحّتِهِ:

7 $-13x \geq 26$

8 $-20 \leq 10\,n$

9 $5b > -15$

10 $144 < 12\,d$

11 $-3\,m > -33$

12 $-3.9\,c \leq 43.68$

أكتبُ متباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثُمَّ أحلُّها:

13 خمسةُ أمثالِ عددٍ أقلُّ مِنْ 45

$\frac{5x}{5} < \frac{45}{5}$

$x < 9$

14 عددٌ مقسومٌ على 4 لا يزيدُ على 8

$4 \times \frac{y}{4} \leq 8 \times 4$

$y \leq 32$

15 ثلاثةُ أمثالِ عددٍ أكبرُ مِنْ -18

$\frac{3x}{3} > \frac{-18}{3}$

$x > -6$

16 عددٌ مقسومٌ على 2 لا يقلُّ عَنْ 5

$2 \times \frac{y}{2} \geq 5 \times 2$

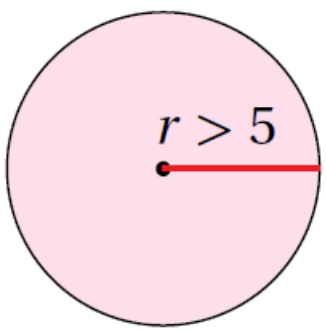
$y \geq 10$

17 **مدارسُ:** لا يقلُّ ثلاثةُ أخماسِ عددِ الطالباتِ في مدرسةِ فاطمةَ عَنْ 165 طالبةً. أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لأجدَ أقلَّ عددٍ ممكنٍ لطالباتِ المدرسةِ.

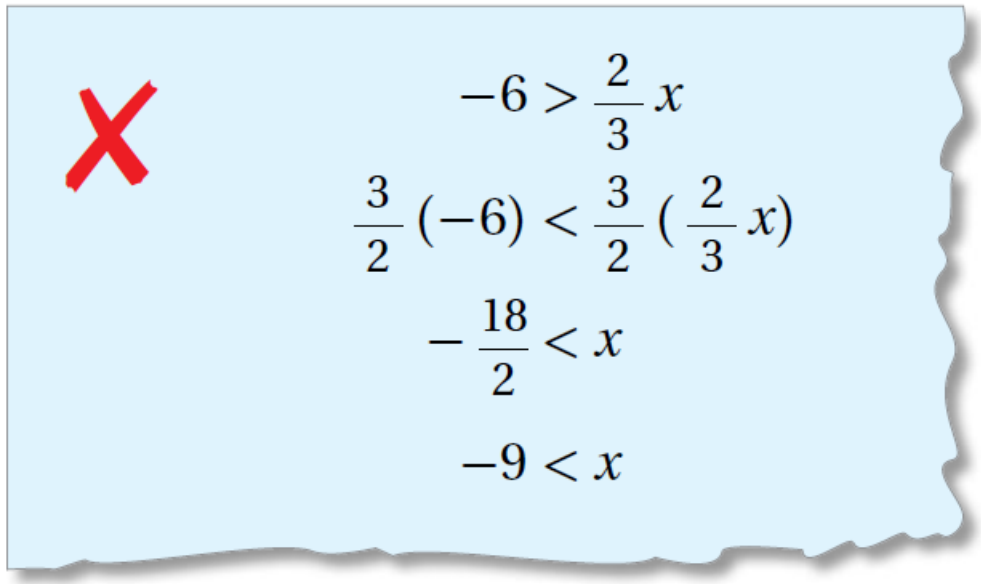
18 **حديقةٌ:** يريدُ طارقٌ تبليطَ مِنطقةٍ مســتطيلةِ الشكلِ في حديقةِ منزِلِهِ مِساحتُها $15\ m^2$، ويملكُ فقطْ 75 JD، أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لتمثلَ ثمنَ المترِ المربعِ الواحدِ مِنَ البلاطِ الّذي يمكنُ لِطارقٍ أَنْ يشترِيَهُ.

19 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

21 **تبريرٌ:** أكتبُ متباينةً وأحلُّها؛ لتمثّلَ المحيطَ الممكنَ للدائرةِ المجاورةِ، وأبرّرُ إجابتي.



22 **أكتشفُ الخطأَ:** أنظرُ الحلَّ الآتِيَ، وأكتشفُ الخطأَ الواردَ فيهِ، ثُمَّ أصحّحُهُ.



$$-6 > \frac{2}{3}x$$

$$\frac{3}{2}(-6) < \frac{3}{2}(\frac{2}{3}x)$$

$$-\frac{18}{2} < x$$

$$-9 < x$$